Rozdział 4.

Rozwiązania

Zadanie 1. (4 pkt)

Niech szukane równanie funkcji *f* ma postać $f(x) = ax + b$. Z warunku prostopadłości prostych, danych równaniami kierunkowymi, mamy: $a \cdot \frac{3}{2} = -1$, stąd $a = -\frac{2}{3}$. Wzór szukanej funkcji ma więc postać $f(x) = -\frac{2}{3}x + b$. Ponieważ punkt A należy do wykresu tej funkcji, więc $-2 = -\frac{2}{3}(-3) + b$, stąd $b = -4$. Miejsc zerowe funkcji *f* obliczamy z równania $0 = -\frac{2}{3}x - 4$, otrzymując $x = 6$.

Odpowiedź: **a.** $f(x) = -\frac{2}{3}x - 4$,

b. $x = -6$.

Zadanie 2. (3 pkt)

Oznaczmy szukany punkt przez $B = (x_0, y_0)$, wobec tego $\overrightarrow{AB} = [x_o - 1, y_o + 2]$ i z warunku równości wektorów otrzymujemy równania $x_0 - 1 = -3, y_0 + 2 = 4$, stąd $x_0 = -2, y_0 = 2$, czyli $B = (-3,2)$. Współrzędne wektora $\vec{v}$ oraz jego długość obliczamy bezpośrednio ze wzorów:

$$\vec{v} = -2 \cdot \overrightarrow{AB} = -2[-3,4] = [6,-8],$$

$$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10.$$

Odpowiedź: **c.** $B = (-2,2)$

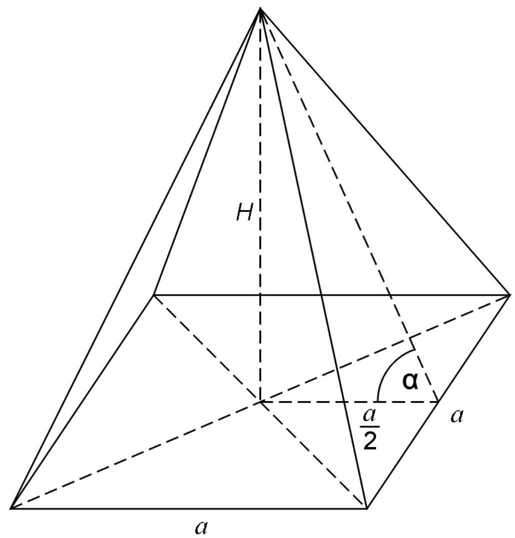
d. $\vec{v} = [6,-8], \left|\vec{v}\right| = 10.$

Zadanie 10. (5 pkt)

Objętość stożka o promieniu podstawy r oraz o wysokości h wynosi

$$V_s = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi\, 16\, \frac{18}{\pi} = 96 \text{ dm}^2.$$

Tyle też wynosi objętość ostrosłupa. Oznaczmy jego wysokość przez H i obliczmy ją za pomocą tangensa kąta nachylenia ściany bocznej α oraz krawędzi podstawy $a = 4\sqrt{3}$.



Mamy $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{H}{\frac{1}{2}a}$, czyli $H = \frac{1}{2}a\operatorname{tg}\alpha = 2\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha$.

Stąd objętość ostrosłupa na podstawie wzoru wynosi

$$V_o = \frac{1}{3}a^2H = \frac{1}{3}16\cdot 3\cdot 2\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha = 32\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha .$$

Z drugiej strony objętość ta wynosi 96 dm^3, czyli

$$96 = 32\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha,$$

stąd $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}$. Ostatecznie $\alpha = 60°$.

Odpowiedź: Kąt nachylenia ściany bocznej wynosi 60°.

Zadania

Zadanie 11. (4 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $mx^2 - 3(m+1)x + m = 0$ nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Model odpowiedzi i schemat punktowania

Numer czynności	Opis wykonywanej czynności	Liczba punktów	Modelowy wynik etapu (czynności)
11.3	Wyznaczenie wartości spełniających warunek $\Delta < 0$	1 pkt	$m \in \left(-3, -\frac{3}{5}\right)$
11.4	Podanie odpowiedzi	1 pkt	$m \in \left(-3, -\frac{3}{5}\right)$

.
.

.

Numer czynności	**Opis wykonywanej czynności**	**Liczba punktów**	**Modelowy wynik etapu (czynności)**
15.2	Wyznaczenie pola powierzchni całkowitej walca jako funkcji zmiennej *r*	1 pkt	$P(r)=\dfrac{2\pi r^3+500\pi}{r}$
. . .			
15.4	Wyznaczenie *P'*(*r*)	1 pkt	$P'(r)=\dfrac{4\pi r^3-500\pi}{r^2}$

Rozdział 5.

Zadania

Zadanie 13. (4 pkt)

Wyznacz te wartości parametrów a oraz b, przy których funkcja $g : R \to R$, określona wzorem

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+a}{x-2} & dla \quad x\neq 2, \\ b & dla \quad x=2, \end{cases}$$

jest ciągła w punkcie $x=2$.